Proyecto de Tesis de Maestría

Título: Esquemas de control inspirados en backstepping para sistemas modelados con ecuaciones diferenciales algebraicas.
Director / Co-Director: Miguel Ángel Bernal Reza (ITSON) / Raymundo Márquez Borbón (ITSON).

Clase de sistemas a considerar: Este trabajo considera la siguiente clase de sistemas modelados por medio de *ecuaciones diferenciales algebraicas* (DAEs, por sus siglas en inglés):

$$\dot{x}_1 = f(x_1, x_2, u), \tag{1}$$

$$0 = g(x_1, x_2, u) \tag{2}$$

$$y = h(x_1, x_2, u) \tag{3}$$

donde la primera ecuación representa la dinámica del sistema y la segunda representa restricciones que operan sobre la dinámica, $x_1 \in \mathbb{R}^n$ es el estado dinámico, $x_2 \in \mathbb{R}^q$ es el "estado" no dinámico, $u \in \mathbb{R}^m$ es un vector de entradas de control, $y \in \mathbb{R}^p$ es un vector de salidas medibles; las funciones posiblemente no lineales $f(x_1, x_2, u)$, $g(x_1, x_2, u)$ y $h(x_1, x_2, u)$ son $\mathscr{C}_1$ y la variable x_2 puede despejarse de (2), de modo que el sistema (1)-(3) es reducible a un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales ordinarias (ODEs, por sus siglas en inglés). Ejemplos físicos de DAEs pueden hallarse en robots paralelos [1], redes eléctricas [2] y sistemas con modelado redundante; mediante el algoritmo de Pantelides [3] la mayoría de los DAEs referidos a sistemas físicos pueden reducirse a la forma (1)-(3), un proceso denominado *reducción de índice*. En [4] se estudian los DAEs lineales también llamados *descriptores* mientras que en [5] se aborda el difícil tema de los DAEs no lineales.

Clase de técnicas de control a considerar: Este trabajo desarrollará esquemas de control inspirados en la técnica de *backstepping* [6]; esta técnica consiste en escribir el sistema no lineal como una serie de sistemas en cascada de modo que la tarea de estabilización pueda dividirse en módulos de creciente dimensión que integran leyes de control virtuales obtenidas en cada paso [7]. Dicha técnica se limitaba originalmente a sistemas en cascada que fueran de una entrada y una salida (SISO por sus siglas en inglés), pero en [8] se generalizó esta técnica a sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) y se sistematizó la búsqueda de las funciones de Lyapunov intermedias. Una mejora adicional basada en control dinámico se consiguió en [9].

Clase de metodología numérica a considerar: En este trabajo se formularán las condiciones de diseño en forma de desigualdades matriciales lineales (LMIs, por sus siglas en inglés) [10] siempre que sea posible, ya que éstas pueden resolverse eficazmente por medio de software comercial [11], [12]. Para conseguir dicha formulación se utiliza la reescritura convexa de expresiones no lineales [13] y la factorización de señales del error [14].

Objetivo general: Proporcionar esquemas de control para sistemas con modelo DAE, inspirados en backstepping y cuyas condiciones de diseño puedan expresarse como LMIs.

Productos académicos comprometidos: 1 artículo de conferencia internacional arbitrada publicado antes del 31 de agosto de 2026; 1 tesis defendida antes del 15 de diciembre de 2026.

References

[1] J.-P. Merlet, *Parallel robots*. Springer Science & Business Media, 2006, vol. 128.
[2] R. Riaza, *Differential-algebraic systems: Analytical aspects and circuit applications*. World Scientific, 2008.
[3] C. C. Pantelides, "The consistent initialization of differential-algebraic systems," *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 9, no. 2, pp. 213–231, 1988.
[4] G. R. Duan, *Analysis and Design of Descriptor Linear Systems*. Springer-Verlag New York, 2010.
[5] P. J. Rabier and W. C. Rheinboldt, "Theoretical and numerical analysis of differential-algebraic equations," *Handbook of numerical analysis*, vol. 8, pp. 183–540, 2002.
[6] P. Kokotovic, "The joy of feedback: nonlinear and adaptive," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 12, no. 3, pp. 7–17, 1992.
[7] H. Khalil, *Nonlinear Control*. New Jersey, USA: Prentice Hall, 2014.
[8] J. Ibarra, R. Márquez, and M. Bernal, "Overcoming backstepping limitations via a novel mimo non-affine-in-control convex optimization technique," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 360, no. 12, pp. 8320–8338, 2023.
[9] ——, "An lmi backstepping generalization via h$_\infty$ dynamic control and takagi-sugeno models," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 495, p. 109085, 2024.
[10] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Belakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, USA: SIAM: Studies In Applied Mathematics, 1994, vol. 15.
[11] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*. Natick, USA: Math Works, 1995.
[12] J. Sturm, "Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones," *Optimization Methods and Software*, vol. 11-12, pp. 625–653, 1999.
[13] M. Bernal, A. Sala, Z. Lendek, and T. Guerra, *Analysis and Synthesis of Nonlinear Control Systems: A convex optimsation approach*. Springer, Cham, 2022.
[14] D. Quintana, V. Estrada-Manzo, and M. Bernal, "An exact handling of the gradient for overcoming persistent problems in nonlinear observer design via convex optimization techniques," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 416, pp. 125–140, 2021.