# Proyecto de Tesis de Maestría

**Título:** Esquemas de control inspirados en linealización exacta para sistemas modelados con ecuaciones diferenciales algebraicas.

**Director / Co-Director:** Miguel Ángel Bernal Reza (ITSON) / Jorge Luis Álvarez Urías (CINVESTAV).

**Clase de sistemas a considerar:** Este trabajo considera la siguiente clase de sistemas modelados por medio de *ecuaciones diferenciales algebraicas* (DAEs, por sus siglas en inglés):

$$\dot{x}_1 = f(x_1, x_2, u), \tag{1}$$
$$0 = g(x_1, x_2, u) \tag{2}$$
$$y = h(x_1, x_2, u) \tag{3}$$

donde la primera ecuación representa la dinámica del sistema y la segunda representa restricciones que operan sobre la dinámica, $x_1 \in \mathbb{R}^n$ es el estado propiamente dicho (posee dinámica), $x_2 \in \mathbb{R}^q$ es un estado ficticio que se infiere de las restricciones algebraicas, $u \in \mathbb{R}^m$ es un vector de entradas de control, $y \in \mathbb{R}^p$ es un vector de salidas medibles; las funciones posiblemente no lineales $f(x_1, x_2, u)$, $g(x_1, x_2, u)$ y $h(x_1, x_2, u)$ son $\mathscr{C}_1$ y la variable $x_2$ puede despejarse de (2), de modo que el sistema (1)-(3) es reducible a un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales ordinarias (ODEs, por sus siglas en inglés). Ejemplos físicos de DAEs pueden hallarse en circuitos eléctricos [1], manipuladores robóticos restringidos [2] y sistemas con modelado redundante; mediante el algoritmo de Pantelides [3] la mayoría de ellos pueden describirse por medio de un modelo de la forma (1)-(3), un proceso denominado *reducción de índice*. Los DAEs lineales y no lineales han sido estudiados en monografías tales como [4] (donde también se les denomina *descriptores*) y [5], respectivamente.

**Clase de técnicas de control a considerar:** Este trabajo desarrollará, asimismo, esquemas de control inspirados en la *linealización exacta*; esta técnica consiste en determinar una entrada de control que, con el cambio de coordenadas adecuado, convierta al sistema en un sistema lineal estabilizable (linealización exacta *entrada-estado*) o que, dada una señal de salida, produzca un sistema con una parte lineal en cascada con una no lineal asociada a la *dinámica cero* (linealización exacta *entrada-salida*) [6]. Dicha técnica utiliza conceptos de geometría diferencial como *derivada de Lie*, *corchete de Lie* y *distribución involutiva* [7]. La linealización exacta es la base de una técnica de control muy popular en manipuladores robóticos donde recibe el nombre de *par calculado* [8].

**Clase de metodología numérica a considerar:** En este trabajo se privilegia la formulación de condiciones de diseño en forma de desigualdades matriciales lineales (LMIs, por sus siglas en inglés) [9] que pueden resolverse eficazmente por medio de software comercial [10], [11]. Para conseguir dicha formulación se utiliza la reescritura convexa de expresiones no lineales [12] y la factorización de señales del error [13].

**Objetivo general:** Proporcionar esquemas de control para sistemas con modelo DAE, inspirados en linealización exacta y cuyas condiciones de diseño puedan expresarse como LMIs.

**Productos académicos comprometidos:** 1 artículo de conferencia internacional arbitrada publicado antes del 31 de agosto de 2026; 1 tesis defendida antes del 15 de diciembre de 2026.

## References


[1] L. Chua and R. Rohrer, “On the dynamic equations of a class of nonlinear RLC networks,” *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. 12, no. 4, pp. 475–489, 1965.

[2] U. M. Ascher, H. Chin, L. R. Petzold, and S. Reich, “Stabilization of constrained mechanical systems with DAEs and invariant manifolds,” *Journal of Structural Mechanics*, vol. 23, no. 2, pp. 135–157, 1995.

[3] C. C. Pantelides, “The consistent initialization of differential-algebraic systems,” *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 9, no. 2, pp. 213–231, 1988.

[4] G. R. Duan, *Analysis and Design of Descriptor Linear Systems*. Springer-Verlag New York, 2010.

[5] P. J. Rabier and W. C. Rheinboldt, “Theoretical and numerical analysis of differential-algebraic equations,” *Handbook of numerical analysis*, vol. 8, pp. 183–540, 2002.

[6] H. Khalil, *Nonlinear Control*. New Jersey, USA: Prentice Hall, 2014.

[7] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, 3rd ed. London: Springer, 1995.

[8] F. Lewis, D. Dawson, and C. Abdallah, *Robot Manipulator Control: Theory and Practice*. CRC Press, 2003.

[9] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Belakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, USA: SIAM: Studies In Applied Mathematics, 1994, vol. 15.

[10] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*. Natick, USA: Math Works, 1995.

[11] J. Sturm, “Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones,” *Optimization Methods and Software*, vol. 11-12, pp. 625–653, 1999.

[12] M. Bernal, A. Sala, Z. Lendek, and T. Guerra, *Analysis and Synthesis of Nonlinear Control Systems: A convex optimsation approach*. Springer, Cham, 2022.

[13] D. Quintana, V. Estrada-Manzo, and M. Bernal, “An exact handling of the gradient for overcoming persistent problems in nonlinear observer design via convex optimization techniques,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 416, pp. 125–140, 2021.